Modelo Hamiltoniano para la resonancia coorbital y su aplicación para sistemas extrasolares

Giuppone, C.A.[1,2]; Leiva, A.M.[2]

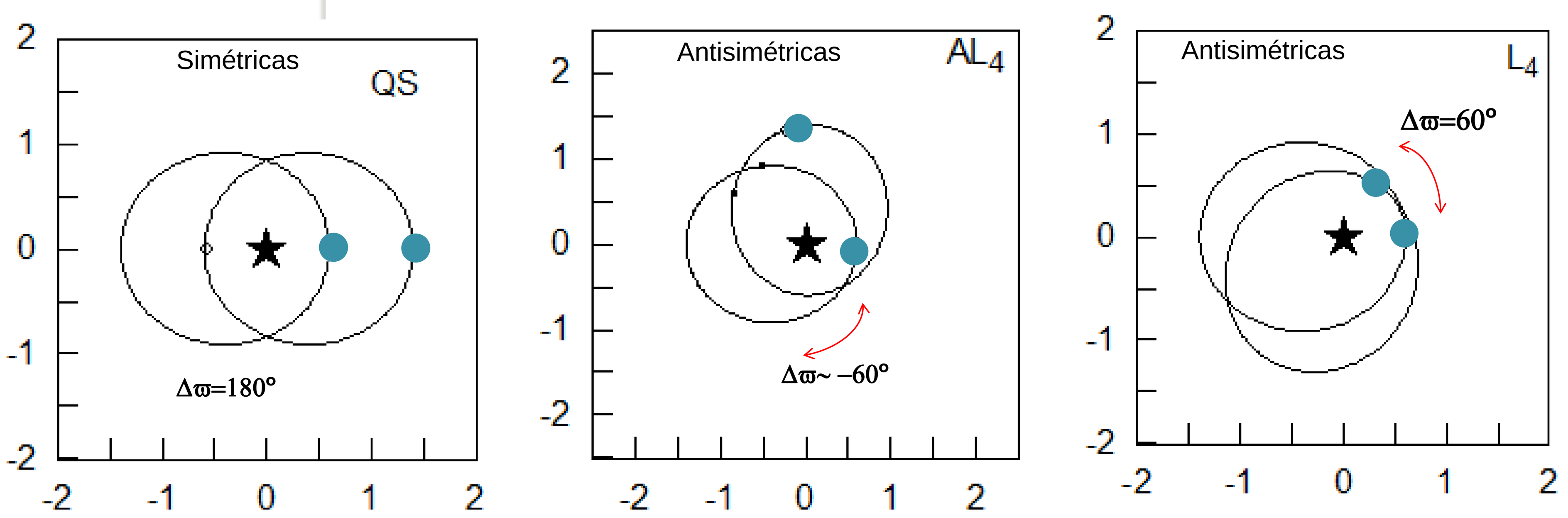
(1) Instituto de Astronomía Teórica y Experimental (IATE), Córdoba, Argentina. (2) Observatorio Astronómico de Córdoba, Córdoba, Argentina.

Resumen

Se propone como objetivo desarrollar un Hamiltoniano para la resonancia coorbital planetaria que permita reproducir las ecuaciones de movimiento en el caso de órbitas elípticas y dentro del marco del problema espacial. Para ello se desarrollaron diversas herramientas numéricas y analíticas que servirán para modelar la evolución de dichos sistemas y entender su estabilidad.

1. Introducción y reseña del problema

La **resonancia coorbital** es la de menor orden entre todas las resonancias de movimientos medios y por lo tanto mayor importancia cuando se habla de perturbaciones. Es preciso entender estas configuraciones resonantes, pues ellas son trazadoras de los mecanismos de formación del sistema solar y extrasolares. Existen varios tipos de familias periódicas coorbitales que son totalmente diferentes: Quasi-Satélites, Lagrangianos y Antilagrangianos.



A pesar de la existencia de configuraciones coorbitales en el Sistema Solar aún no se ha confirmado la existencia de ningún sistema extrasolar en esta resonancia. Esta ausencia puede ser o bien debido a un problema de detección (**bias observacional**) o bien a una consecuencia de los mecanismos dinámicos que afectan dichas configuraciones (**evolución dinámica, identificación de características de la nebulosa protoplanetaria, efectos tidales, etc.**). Uno de los problemas que existe a la hora de estudiarla es que los modelos analíticos son desarrollados para bajas excentricidades e inclinaciones y en el marco del problema restricto (cuando una masa es infinitesimal), por lo tanto su aplicación es acotada.

Robutel & Pousse (2013) propusieron un desarrollo del hamiltoniano (**H2**) que permitió entender los orígenes de las familias de órbitas periódicas que habían sido encontradas solo de manera numérica (confirmadas en asteroides de nuestro Sistema Solar). Si bien este modelo es adecuado a primer orden (ver **H0**), no permite estudiar la dinámica a largo plazo del sistema cuando las excentricidades o inclinaciones no son muy cercanas a cero. La Figura 1 muestra los resultados de una integración numérica junto con el desarrollo del modelo H2 para un par de planetas coorbitales al cabo de 500 períodos.

$$H0 = \underbrace{-\frac{\beta_1\mu_1}{2a_1} - \frac{\beta_2\mu_2}{2a_2}}_{\text{Hamiltoniano problema de 2 cuerpos}} + \underbrace{Gm_1m_2\left(\frac{\cos\sigma}{\sqrt{a_1a_2}} - \frac{1}{\sqrt{a_1^2+a_2^2-2a_1a_2\cos\sigma}}\right)}_{\text{Perturbación adicional que describe el espacio de fase a orden cero, permitiendo identificar los puntos de equilibrio y origen de las familias de OP del sistema, en función de la diferencia de longitudes } \sigma}$$

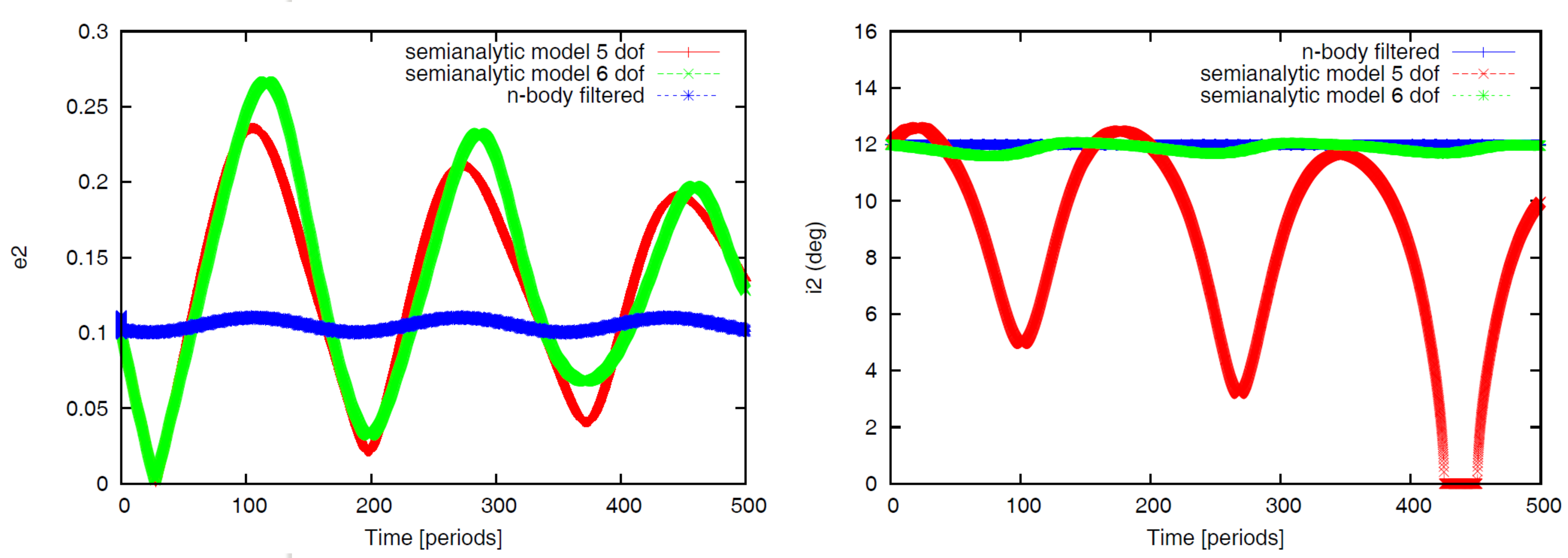


Figura 1. Ejemplo del comportamiento de la excentricidad de un planeta coorbital con el modelo **H2** y con una integración numérica filtrada . Al cabo de pocos periodos las soluciones divergen. Esta aproximación no es útil para determinar frecuencias o amplitudes de las variaciones de los elementos orbitales.

2. Modelo y Resultados

A partir de la utilización de variables canónicas de Poincaré (sistema de 6 grados de libertad) se propone una transformación canónica de tal forma de obtener el siguiente conjunto de coordenadas Ángulo-Acción

$$\sigma = \lambda_2 - \lambda_1 \qquad R_1 = \frac{1}{2}(L_2 - L_1)$$

$$\Delta\varpi = p_1 - p_2 \qquad R_2 = \frac{1}{2}(P_1 - P_2)$$

$$\boxed{s_1 = \lambda_1 + \lambda_2 + p_1 + p_2 \qquad S_1 = \frac{1}{2}(L_1 + L_2)}$$

Ángulo rápido del sistema sobre el cual se realiza el promedio

$$s_2 = -(p_1 + p_2) + (q_1 + q_2) \qquad S_2 = \frac{1}{2}(L_1 + L_2 - P_1 - P_2)$$

$$t_1 = q_1 - q_2 \qquad T_1 = \frac{1}{2}(Q_1 - Q_2)$$

$$\boxed{t_2 = -(q_1 + q_2) \qquad T_2 = \frac{1}{2}(G_1 + G_2)}$$

Ángulo cíclico y por lo tanto su momento asociado es constante (momento angular del sistema)

Al igual que como se trabajó en Giuppone et al. 2010, se identificó la variable angular rápida del sistema (**s_1=M_1+M_2**) y se promedió el Hamiltoniano para obtener un modelo semianalítico.

$$\bar{H}(R_1, R_2, S_2, T_1, \sigma, \Delta\varpi, s_2, t_1; S_1, \mathcal{AM}) \equiv \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} H ds_1$$

Finalmente se compararon los resultados entre una integración de N-cuerpos filtrada sobre los ángulos rápidos (mediante la utilización de un filtro digital) y el hamiltoniano promediado (de cuatro grados de libertad) para una amplia variedad de configuraciones coorbitales. En la Figura 2 se muestran los resultados para una configuración L4.

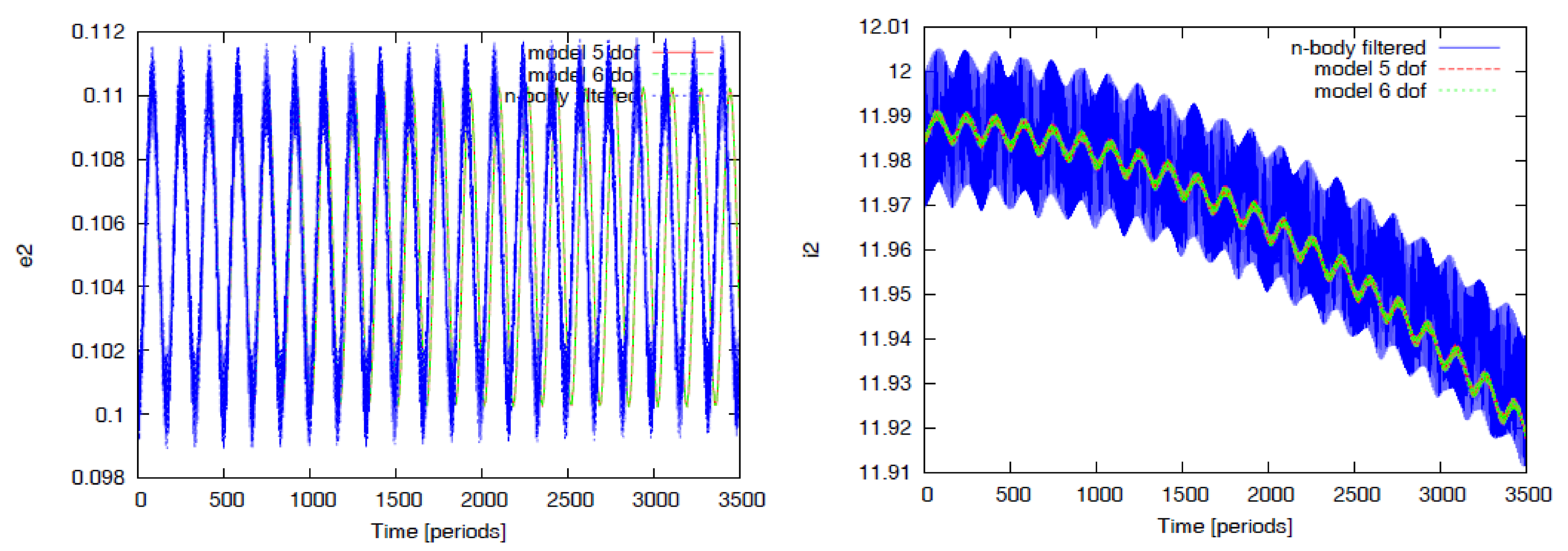


Figura 2. Ejemplo de la evolución orbital de excentricidad e inclinación del planeta 2 con la integración de n-cuerpos filtrada (miasmas condiciones que la Figura 1).

3. Conclusiones

El modelo reproduce tanto frecuencias como amplitudes en las evoluciones de los elementos orbitales (**siendo mucho más rápido que el integrador de N-cuerpos filtrado)** y será utilizado como base de futuros trabajos para identificar familias de órbitas periódicas en el caso espacial.

Referencias:

C.A. Giuppone, C. Beaugé, T.A. Michtchenko, and S. Ferraz-Mello. 2010. MNRAS, *407. 390*

P. Robutel & A. Pousse. 2013. CEMDA, 117. 17.